Zur Problematik des Induktionsschlusses

Von Wolfgang Büchel S. J.

Das Verhältnis der Philosophie zu den Einzelwissenschaften ist unter anderem dadurch charakterisiert, daß die Philosophie sich jene Erkenntnisse, Sachverhalte und Methoden ausdrücklich zum Problem macht, welche die Voraussetzungen der Einzelwissenschaften darstellen und darum von diesen selbst gar nicht diskutiert werden können. Im Fall der Naturwissenschaften ist es vor allem das induktive Schlußverfahren, das aller naturwissenschaftlichen Methodik zugrundeliegt und dessen Geltung darum nur durch Überlegungen erkenntnistheoretischer Natur aufgewiesen werden kann. Das Problem des Induktionsschlusses muß daher in dieser oder jener Form stets eine Kernfrage der transzendentalen Untersuchung der Möglichkeitsbedingungen menschlicher Naturerkenntnis bilden.

Ein zweites kommt hinzu: Obwohl es vielleicht, oberflächlich gesehen, anders erscheinen möchte, dürfen wir uns nicht darüber täuschen, daß die Überwindung der Entfremdung zwischen Naturwissenschaften und Geisteswissenschaften, speziell zwischen den Naturwissenschaften und einer metaphysisch orientierten Philosophie, eine Aufgabe darstellt, die erst noch bewältigt werden muß. Der Naturwissenschaftler ist von Hause aus Empirist und steht jeder Berufung auf metaphysische Wesenseinsicht mit größter Skepsis gegenüber, auch im eigentlich philosophischen Bereich. Nun scheint gerade das Induktionsproblem geeignet, dem Naturwissenschaftler die Fruchtbarkeit philosophischer Wesenseinsicht deutlich zu machen; denn ohne Heranziehung eines apriorischen Prinzips — zumeist in der Gestalt des Prinzips vom zureichenden Grund — läßt sich nun einmal der Übergang von den Einzelfällen zum allgemeinen Gesetz, der das Wesen des Induktionsschlusses ausmacht, nicht logisch rechtfertigen. Natürlich kann eine Darlegung dieser Art den Naturwissenschaftler nur dann überzeugen, wenn sie mit jener manchmal pedantisch erscheinenden Genauigkeit vorangeht, wie sie bei naturwissenschaftlicher Grundlagenforschung erfordert ist. Bei einem derartigen Versuch stößt man dann unvermeidlich auf jene Problematik, die sich spätestens seit J. St. Mill als mit dem Induktionsverfahren verknüpft erwiesen hat und deren gänzliche Aufarbeitung auf der Basis der erkenntnistheoretischen Prinzipien der scholastischen Philosophie wohl noch aussteht. Die auftretenden Schwierigkeiten berühren nicht nur das naturwissenschaftliche Induktionsverfahren, sondern alle Probleme, bei denen es darauf ankommt, daß eine vorgefundene Regelmäßigkeit nicht auf den bloßen (relativen) Zufall zurückgehen kann. Infolgedessen schien eine genauere Erörterung wünschenswert, auch wenn sich Verfasser noch nicht in der Lage sieht, eine eigentliche Lösung der aufgeworfenen Schwierigkeiten zu geben. Eine Diskussion auf breiterer Basis wird eher zu einer Lösung führen und so einem Anliegen dienen können, das, wie angedeutet, nicht nur philosophischer, sondern in gewissem Sinn auch allgemein-geistesgeschichtlicher Natur ist.

Das Problem

Unter dem „induktiven Schlußverfahren" soll im folgenden zunächst und vor allem die einfache verallgemeinernde Induktion verstanden werden, jenes Schlußverfahren also, das etwa dem folgenden Schluß zugrunde liegt: Es ist sehr viele Male beobachtet worden, daß gewöhnliches Wasser bei einer bestimmten Stellung des Quecksilberfadens des Thermometers gefriert; also wird angenommen, daß gewöhnliches Wasser immer bei dieser Stellung des Quecksilberfadens gefriert. Für eine genauere Analyse dieser verallgemeinernden Induktion sei etwa auf die Darlegungen bei J. de Vries[1] verwiesen; der für die Rechtfertigung der Verallgemeinerung entscheidende Gedanke lautet: Die beobachtete vielmalige Übereinstimmung zwischen dem Gefrieren des Wassers und dem bestimmten Stand des Quecksilberfadens kann nicht auf den (relativen) Zufall zurückgehen, sondern erfordert besondere Ursachen, die auf die Hervorbringung dieser Übereinstimmung hingeordnet sind und die darum nicht nur in den bisher beobachteten Fällen, sondern ganz allgemein das Gefrieren des Wassers bei dem bestimmten Thermometerstand bewirken werden[2].

---

[1] J. de Vries, Critica, Freiburg i. Br. - Barcelona ²1954, 136—143.

[2] Das Thermometer-Wasser-Beispiel zeigt, daß sich mit dem Prinzip „Gleiche Ursachen haben gleiche Wirkungen" das Induktionsverfahren jedenfalls nicht in seiner ganzen Allgemeinheit begründen läßt. Denn der genaue Zustand („Mikrozustand") des Wassers und des Quecksilberfadens, so wie er durch die genaue Lage, Geschwindigkeit usw. jeder Wassermolekel und jeden Quecksilberatoms bestimmt ist, ist bei der mehrfachen Wiederholung des Gefrierversuchs jedesmal ein anderer, es können also gar nicht wirklich „gleiche" Ursachen hergestellt werden, und darum ist das obige Prinzip gar nicht anwendbar. Vgl. die Darlegung bei de Vries a.a.O. 138. Dieser Einwand richtet sich auch gegen die Begründung der Induktion aus einem (kategorial aufgefaßten) Kausalgesetz, so wie sie Kant zu geben versucht; denn als „Phänomen", welches gesetzmäßig auf ein anderes „Phänomen" folgt, muß im Sinn der Erkenntnistheorie Kants der Mikrozustand von Wasser und Quecksilber angesehen werden — insofern und insoweit er „grundsätzlich" erkennbar und nur aus technischen Gründen „praktisch" unerkennbar ist. Formuliert man, um diese Schwierigkeiten zu vermeiden, ein Prinzip „Ähnliche Ursachen haben ähnliche Wirkungen", so wäre einmal zu fragen, wie ein solches Prinzip begründet werden sollte — die Unbestimmtheit des Terminus „ähnlich" dürfte eine Begründung aus zwingender Wesenseinsicht oder transzendentaler Deduktion recht schwierig machen —; sodann wäre auf die Fälle sog. „Auslösekausalität" hinzuweisen, bei denen sehr kleine Unterschiede in den Ursachen sehr große Unterschiede in den Wirkungen zur Folge haben.

Das hier angewandte Prinzip „Regularitas non potest oriri casu“ ist bekanntlich von großer Bedeutung für den Aufbau der Erkenntnistheorie[3]. Den grundlegenden Einwand, der sich gegen das „Zufallsprinzip“, wie wir es der Kürze halber nennen wollen, jedenfalls auf den ersten Blick zu erheben scheint, kann man etwa so formulieren: Das Zufallsprinzip als allgemeines Prinzip müßte entweder aus der Erfahrung abgeleitet oder vorgängig zu der Erfahrung aus der Einsicht in metaphysische Wesenszusammenhänge begründet werden. Das erste würde zu einem Zirkelschluß führen. Denn der einzige Weg, der von den Erfahrungsgegebenheiten zu einem allgemeinen Satz führen kann, ist die verallgemeinernde Induktion; diese setzt aber ihrerseits die Geltung des Zufallsprinzips voraus, kann also nicht selber zur Rechtfertigung dieses Prinzips benutzt werden. Wenn aber das Zufallsprinzip aus der Einsicht in metaphysische Wesenszusammenhänge abgeleitet werden soll, so muß ihm eine metaphysische Notwendigkeit zukommen, d. h. es muß metaphysisch unmöglich sein, daß jemals Regelmäßigkeit durch einen (relativen) Zufall entsteht. Das scheint aber wieder zuviel behauptet; denn daß ab und zu einmal eine Regelmäßigkeit durch relativen Zufall entstehe, kann wohl kaum als metaphysisch unmöglich bezeichnet werden.

Daß das Zufallsprinzip nicht selbst aus der Erfahrung abgeleitet werden kann, wird wohl von keinem scholastischen Autor bestritten. Nicht alle Autoren dagegen scheinen zuzugestehen, daß die Annahme einer metaphysischen Notwendigkeit des Zufallsprinzips zu Folgerungen führt, die schwerlich vertreten werden können. Dies sei daher zunächst herausgearbeitet.

Das Zufallsprinzip als Ausdruck einer metaphysischen Notwendigkeit?

Wenn dem Zufallsprinzip eine absolute, metaphysische Notwendigkeit zukäme, so würde dies bedeuten: Es ist metaphysisch unmöglich, daß ein Würfel, dessen Fallen stets nur durch den relativen Zufall bestimmt wird, hunderttausendmal auf dieselbe Seite fiele. Nun wird natürlich niemand bestreiten wollen, daß etwas Derartiges höchst selten oder nie vorkommt. Aber die Behauptung einer metaphysischen Unmöglichkeit würde, wie gleich gezeigt werden soll, wohl zu weit gehen. Dabei spielt es keine Rolle, ob man die Zahl Hunderttausend oder eine beliebige größere Zahl wählt, vorausgesetzt nur, daß die gewählte Zahl endlich groß ist.

Gegenüber der von uns beabsichtigten Argumentation könnte man jedoch von vornherein die Frage aufwerfen, ob bei unserem Würfel das hunderttausendmalige Fallen auf die gleiche Seite überhaupt eine

[3] Vgl. etwa die (einschlußweise) Verwendung dieses Prinzips bei de Vries a.a.O. 106 ff., 144.

„Regelmäßigkeit" in dem Sinne darstelle, in dem dieser Terminus im Zusammenhang des Zufallsprinzips verstanden werden muß. Darauf wäre zu antworten, daß man gewiß im Einzelfall oft darüber streiten kann, ob ein bestimmter Sachverhalt als „Regelmäßigkeit" anzusprechen sei oder nicht. Wollte man aber ein hunderttausendmaliges (oder noch öfteres) Fallen des Würfels auf die gleiche Seite nicht als „Regelmäßigkeit" anerkennen, dann dürfte man es sicher auch nicht als „Regelmäßigkeit" bezeichnen, wenn man hundertmal beobachtet, daß jeweils bei einer bestimmten Stellung des Thermometers das Wasser gefriert — denn es ist wirklich nicht einzusehen, inwiefern in dem einen Sachverhalt der Begriffsinhalt „Regelmäßigkeit" deutlicher verwirklicht sein sollte als in dem anderen. Wenn aber die hundertmalige Koinzidenz zwischen dem Beginn des Gefrierprozesses und einem bestimmten Thermometerstand keine „Regelmäßigkeit" darstellte, dann ließe sich darauf das Zufallsprinzip nicht anwenden. Es ließe sich also nicht schließen, daß diese Koinzidenz auf die Wirksamkeit besonderer Ursachen zurückgeht und darum nicht nur in den beobachteten Fällen, sondern immer auftreten wird; mit anderen Worten: Eine verallgemeinernde Induktion wäre in diesem Fall unmöglich. Und da Koinzidenzbeobachtungen von der beschriebenen Art ein typisches Beispiel für naturwissenschaftliche Beobachtungsreihen darstellen, wären alle gleichartigen naturwissenschaftlichen Beobachtungsreihen nicht verallgemeinerungsfähig — d. h. es wäre gerade jener verallgemeinernde Induktionsschluß unberechtigt, dessen Gültigkeit doch aufgezeigt werden soll.

Gewiß gehen viele, vielleicht die meisten tatsächlichen naturwissenschaftlichen Beobachtungsreihen über einfache Koinzidenzfeststellungen von der oben beschriebenen Art hinaus. Aber dann wird fast immer eine Koinzidenzfeststellung ähnlicher Art zur — oft geradezu selbstverständlichen — Voraussetzung gemacht: Weil man in *vielen* verschiedenartigst gelagerten Fällen die Übereinstimmung zwischen einer bestimmten Formel und dem tatsächlichen Meßergebnis beobachtet hat, nimmt man an, daß diese Formel *immer* gültig ist, wenn die erforderlichen Bedingungen gegeben sind. Auf Grund dieser Voraussetzung ist es dann möglich, etwa eine Konstante in dieser Formel durch *eine* Messung in einem besonders günstig gelagerten Fall mit größerer Genauigkeit als bisher zu bestimmen usw. Bei der gemachten Voraussetzung handelt es sich aber im Grunde um den gleichen „Regelmäßigkeits"-Typ, wie er bei dem stets wiederholten Auftreten derselben Würfelseite vorliegt: vielfaches Übereinstimmen eines Geschehens mit einer irgendwie gearteten Norm.

Tatsächlich ist es ja auch so, daß jeder unbefangene Beobachter aus dem hunderttausendmaligen Erscheinen derselben Würfelseite sofort auf die Wirksamkeit einer besonderen Ursache schließen, d. h. den beobachteten Sachverhalt als eine „Regelmäßigkeit“ im Sinn des Zufallsprinzips anerkennen würde.

Müßte man aber nicht zwischen einer „echten“ und einer „scheinbaren“ Regelmäßigkeit unterscheiden? Unter einer „echten“ Regelmäßigkeit wäre eine solche zu verstehen, die auf die Wirksamkeit einer besonderen Ursache zurückgeht; unter einer „scheinbaren“ Regelmäßigkeit eine solche, die nicht auf das Wirken besonderer Ursachen, sondern auf den relativen Zufall zurückgeht. Bei einer solchen Auffassung würde das Zufallsprinzip zu einer Tautologie und damit schlechthin unwiderlegbar; denn jede vermeintliche Regelmäßigkeit, von der das Zufallsprinzip nicht gälte, wäre eben keine „echte“, sondern nur eine „scheinbare“ Regelmäßigkeit. Aber wie von jeder Tautologie, so gilt auch von dieser, daß sie keinen eigentlichen Erkenntnisgewinn bringen kann. Denn empirisch gegeben ist jeweils nur der „Anschein“ der Regelmäßigkeit, in unserm früheren Beispiel die Koinzidenz zwischen Thermometerstand und Gefrieren des Wassers; die etwa vorhandenen Ursachen sind gerade nicht empirisch faßbar, sondern sollen erst mit Hilfe des Zufallsprinzips erschlossen werden. Wir können also gar nicht feststellen, ob es sich um eine „echte“ oder nur „scheinbare“ Regelmäßigkeit handelt, und wir können darum auch nicht wissen, ob wir die gemachten Beobachtungen zu einem Naturgesetz verallgemeinern dürfen oder nicht.

Bei dem gewählten Beispiel des gefrierenden Wassers ist es natürlich so, daß wir *heute* auch die Ursachen der beobachteten Koinzidenz kennen — auf Grund der kinetischen Theorie der Wärme und Materie. Aber die Verallgemeinerung der beobachteten Koinzidenz von Thermometerstand und Gefrierbeginn zu einem Naturgesetz wurde schon vollzogen, lange ehe der innere Grund dieses Gesetzes bekannt war. Der Gang der Forschung ist ja durchweg der, daß ein Gesetz zunächst durch induktive Verallgemeinerung vieler Einzelbeobachtungen de facto als gültig nachgewiesen wird und erst viel später — oft überhaupt nicht — begründet, d. h. aus anderen Gesetzen oder Theorien abgeleitet werden kann. Wollte man also die induktive Verallgemeinerung einer empirisch gegebenen Regelmäßigkeit erst dann gestatten, wenn der tiefere Grund dieser Regelmäßigkeit erkannt und sie selbst dadurch als „echte“ Regelmäßigkeit erwiesen wäre, so könnten alle rein empirisch festgestellten und noch nicht „erklärten“ Naturgesetzlichkeiten — das ist aber sicher die überwältigende Mehrzahl — nicht als eigentliche, sichere Erkenntnisse angesprochen werden. Und schließlich besteht die naturwissenschaftliche „Erklärung“ der speziellen Naturgesetzlichkeiten nur darin, daß sie als Sonderfälle aus einer allgemeineren, umfassenderen Naturgesetzlichkeit abgeleitet werden; diese allgemeinere Naturgesetzlichkeit aber kann (zunächst) nicht mehr weiter „erklärt“ werden, sondern muß „ohne innere Begründung“ als Tatsache hingenommen werden. Das Problem der Verallgemeinerung ohne Kenntnis der inneren Gründe wird also durch die naturwissenschaftliche „Erklärung“ nicht beseitigt, sondern nur auf eine höhere Ebene verschoben.

Wir dürfen darum wohl mit Recht sagen, daß das hunderttausendmalige Erscheinen der gleichen Würfelseite in dem gleichen Sinn eine „Regelmäßigkeit“ darstellt, in dem dieser Terminus im Zusammenhang der verallgemeinernden Induktion gebraucht wird. Wie sollen wir nun den *relativen Zufall* definieren, der als Ursache einer solchen Regelmäßigkeit gemäß dem Zufallsprinzip auszuschließen ist?

Es ist gewiß nicht einfach, eine adäquate Definition des relativen Zufalls zu geben; aber es läßt sich wohl nicht bestreiten, daß jedenfalls bei der im folgenden beschriebenen Versuchsanordnung der Begriff des relativen Zufalls verwirklicht ist: Ein Würfel befindet sich in einem kleinen Drahtkäfig, der durch einen entsprechenden Mechanismus kräftig geschüttelt und gedreht wird. Nach einer bestimmten Zeit öffnet ein weiterer Mechanismus ein Kläppchen in der Wand des Drahtkäfigs; der Würfel fällt heraus und rollt eine lange, schräge Bahn hinab, die in lauter kleine Treppenstufen unterteilt ist, so daß auch hier der Würfel beständig rollt und springt. Wenn der Würfel unten angelangt ist, wird die oben liegende Seite von einem Registriermechanismus festgestellt, der Würfel wird wieder in den Käfig befördert und das Spiel beginnt von neuem.

Wenn der zum Versuch benutzte Würfel streng symmetrisch beschaffen ist, wird gewiß niemand bestreiten, daß das Ergebnis jeden Wurfes, die zum Schluß oben liegende Zahl, lediglich auf das Walten des relativen Zufalls und nicht auf die Wirksamkeit einer „besonderen Ursache“ zurückgeht. Ein Beobachter, der die Konstruktion der Anlage kennt, wird erwarten, daß im Durchschnitt alle Zahlen gleich oft auftreten; und wenn einmal mehrere Male hintereinander die gleiche Zahl erschienen ist, so wird der Beobachter trotzdem daraus nicht schließen, daß auch beim nächsten Mal wieder diese Zahl auftritt — solange er weiß, daß die Apparatur keine Änderung erfahren hat, welche die Zufallsbedingtheit des Endresultats aufhöbe. Selbstverständlich ist das Resultat jeden Wurfes durch die Gesamtheit aller mitspielenden Faktoren seinsmäßig eindeutig festgelegt (wir gehen von der Voraussetzung eines eindeutigen seinsmäßigen Determinismus auch im mikrophysikalischen Bereich aus); aber das bedeutet nur, daß wir es nicht mit dem *absoluten*, sondern lediglich mit dem *relativen* Zufall zu tun haben.

Gemäß dem Zufallsprinzip darf es also bei einer solchen Versuchsanordnung nicht zu einer „Regelmäßigkeit“ kommen, d. h. es darf nicht dazu kommen, daß hunderttausendmal ohne Abwechslung die gleiche Zahl herauskommt. Daß etwas Derartiges sehr unwahrscheinlich ist, liegt auf der Hand. Aber wenn das Zufallsprinzip eine metaphysische Wesensnotwendigkeit ausdrücken soll, dann muß eine solche Regelmäßigkeit nicht nur sehr unwahrscheinlich, sondern absolut, metaphysisch unmöglich sein. Eine solche Behauptung dürfte aber, wie nun gezeigt werden soll, zu weit gehen.

Zunächst wird man es wohl nicht als metaphysisch unmöglich bezeichnen können, daß Gott eine beliebig große endliche Anzahl von „Würfelmaschinen“ der beschriebenen Art erschaffe. Selbstverständlich läßt sich, wenn die Zahl der im Universum vorhandenen Elementarteilchen endlich ist, damit auch nur eine begrenzte Anzahl von Würfelmaschinen bauen; aber es wird wohl niemand behaupten wollen, es sei metaphysisch unmöglich, daß Gott gleichzeitig mit unserer Welt beliebig (endlich) viele weitere Welten mit beliebig (endlich) vielen Würfelmaschinen erschaffe.

Wir wollen nun annehmen, es gäbe N solcher Maschinen, und alle diese N Maschinen fingen an, jeweils gleichzeitig miteinander, aber unabhängig voneinander zu würfeln. Beim ersten Wurf aller Maschinen ist es sehr wahrscheinlich, also jedenfalls gewiß nicht metaphysisch unmöglich, daß ungefähr ein Sechstel aller Maschinen, also insgesamt $N/6$ Maschinen, eine Eins werfen. N sei eine sehr große Zahl; dann ist auch $N/6$ noch eine sehr große Zahl. Es ist infolgedessen sehr wahrscheinlich und jedenfalls gewiß nicht metaphysisch unmöglich, daß von den $N/6$ Maschinen, die beim ersten Wurf schon eine Eins ergaben, ein Sechstel auch beim zweiten Mal eine Eins wirft; das ergäbe also $N/6^2$ Maschinen, die zweimal hintereinander eine Eins würfelten. Setzt man das Spiel auf diese Weise fort und läßt jede Maschine r Male würfeln, so ergibt es sich als höchstwahrscheinlich und darum jedenfalls gewiß nicht metaphysisch unmöglich, daß $N/6^r$ Maschinen ununterbrochen eine Eins ergeben — vorausgesetzt, daß die Zahl N so groß ist, daß auch $N/6^r$ noch eine sehr große Zahl ist; diese Voraussetzung können wir erfüllen, indem wir $N = 1\,000\,000 \cdot 6^r$ setzen. Setzen wir weiter $r = 100\,000$, so ergibt es sich als sehr wahrscheinlich und darum jedenfalls gewiß nicht metaphysisch unmöglich, daß unter den angegebenen Bedingungen ungefähr eine Million Maschinen hunderttausendmal ununterbrochen hintereinander eine Eins werfen, und zwar ohne das Wirken einer besonderen Ursache, lediglich auf Grund des Waltens bloßen (relativen) Zufalls. Mit anderen Worten: Was nach dem Zufallsprinzip metaphysisch unmöglich sein müßte, ergibt sich gemäß dieser Betrachtungsweise sogar als höchstwahrscheinlich.

Man wird vielleicht einwenden, daß diese hunderttausend Maschinen nur darum zu ihrem dem Zufallsprinzip widersprechenden Ergebnis kommen konnten, weil gleichzeitig noch viel mehr Maschinen arbeiteten, bei denen alle Zahlen von eins bis sechs angenähert gleich oft auftreten. Wenn man diesen Einwand im Ernst machen wollte, so würde er bedeuten, daß man irgendeine *Abhängigkeit der einzelnen Würfelmaschinen voneinander* einführen wollte, von der Art etwa, daß die eine Maschine nur darum eine Eins würfeln konnte, weil die andere eine Sechs würfelte, usw. Es erscheint aber schwer ersichtlich, wie man eine solche ad-hoc-Hypothese begründen wollte. Man mag ruhig annehmen, daß alle materiellen Dinge in einem Wechselwirkungszusammenhang miteinander stehen; wenn wir uns diesen Wechselwirkungszusammenhang nach Art der uns bekannten physikalischen Zusammenhänge denken, bei denen sich alle physikalischen Einwirkungen höchstens mit Lichtgeschwindigkeit ausbreiten, dann können wir uns die Würfelmaschinen so weit voneinander entfernt denken, daß die physikalischen Einwirkungen des Würfelvorgangs an der einen Maschine bei der anderen Maschine erst eintreffen, diese also erst beeinflussen können, wenn der gesamte Würfelprozeß der zweiten Maschine schon abgeschlossen ist, und umgekehrt. Eine solche Anordnung würde zwar einen sehr großen, aber immerhin nur einen endlich großen Raum erfordern und kann darum schwerlich als metaphysisch unmöglich bezeichnet werden. Anderseits wären bei einer solchen Anordnung die Resultate aller Maschinen gewiß unabhängig voneinander, und doch ergeben sich bei einer Million Maschinen jeweils hunderttausend Einerwürfe hintereinander trotz des Waltens bloßen (relativen) Zufalls.

Wenn aber die Resultate der einzelnen Maschinen unabhängig voneinander sind, so bedeutet dies: Auch wenn von vornherein nur diejenigen Maschinen existiert hätten, die später die ununterbrochenen Einer-Reihen ergeben, so wäre es trotzdem nicht metaphysisch unmöglich gewesen, daß diese Maschinen durch reinen (relativen) Zufall ihre Einer-Reihen produzierten. Denn wenn das Funktionieren einer bestimmten Maschine von der Existenz der anderen Maschinen in keiner Weise abhängt, dann hängt auch die metaphysische Möglichkeit der Resultate des Arbeitens dieser bestimmten Maschine von der Existenz der andern Maschinen in keiner Weise ab. Nun haben wir aber gesehen, daß es bei gleichzeitiger Existenz der anderen Maschinen metaphysisch möglich ist, daß 1 000 000 Maschinen ununterbrochene Einer-Reihen liefern. Da nun das Funktionieren dieser 1 000 000 Maschinen und damit die metaphysische Möglichkeit der Resultate ihres Arbeitens von der Existenz der übrigen Maschinen nicht abhängt, bleibt die metaphysische Möglichkeit der ununterbrochenen Einer-Reihen auch dann erhalten, wenn die übrigen Maschinen nicht existieren. Daraus ergibt sich schließlich: Auch wenn nur eine einzige Würfelmaschine existiert, können wir es nicht als metaphysisch unmöglich bezeichnen, daß diese Maschine beim Walten reinen (relativen) Zufalls hunderttausendmal hintereinander ohne Unterbrechung die gleiche Zahl liefert.

Man kann unsere Betrachtung auch etwas anders anstellen. Man kann davon ausgehen, daß eine „Regelmäßigkeit" im Sinn des Zufallsprinzips nicht nur dann vorliegt, wenn eine und dieselbe Würfelmaschine in ununterbrochener Folge hunderttausendmal die gleiche Zahl liefert, sondern auch dann, wenn hunderttausend Würfelmaschinen gleichzeitig, aber unabhängig voneinander nur je einmal würfeln und dabei alle die gleiche Zahl ergeben. Auch etwas Derartiges müßte bei einer metaphysischen Notwendigkeit des Zufallsprinzips metaphysisch unmöglich sein. Anderseits läßt sich wieder leicht zeigen, daß die Behauptung der metaphysischen Unmöglichkeit einer derartigen zufallsbedingten Regelmäßigkeit zu weit gehen dürfte.

Zu diesem Zweck betrachten wir wieder N Maschinen, die je r Male hintereinander würfeln. Diesmal sei r eine sehr große Zahl, N dagegen nur etwa hunderttausend. Die Würfelmaschinen seien numeriert. Wir betrachten zunächst die Maschine Nr. 1. Wenn diese Maschine r Male würfelt, so ist es gewiß nicht metaphysisch unmöglich, daß im Verlauf dieser r Würfe alle Zahlen von 1 bis 6 angenähert gleichzeitig auftreten. In angenähert r/6 Fällen wird also die Maschine Nr. 1 eine Eins ergeben; r/6 ist gemäß unserer Voraussetzung immer noch eine sehr große Zahl.

Jeweils gleichzeitig mit der Maschine Nr. 1 würfeln auch alle anderen Maschinen. Wir betrachten alle jene Gruppen gleichzeitiger Würfe, bei denen die Maschine Nr. 1 eine Eins ergibt; es sind r/6 Gruppen. In angenähert einem Sechstel dieser Fälle wird auch die Maschine Nr. 2 eine Eins ergeben; es ist also jedenfalls nicht metaphysisch unmöglich, das in $r/6^2$ Gruppen zwei Maschinen (gleichzeitig) eine Eins werfen. So kann man weitergehen und zeigen: Es ist nicht metaphysisch unmöglich, daß in $r/6^N$ Fällen alle N Maschinen gleichzeitig eine Eins werfen — vorausgesetzt nur, daß r hinreichend groß ist, was wir erreichen können, indem wir etwa $r = 1\,000\,000 \cdot 6^N$ setzen.

Betrachten wir eine solche Gruppe gleichzeitiger Würfe, in denen alle Maschinen eine Eins ergeben. Soll man etwa sagen: Das gleichzeitige Auftreten der Eins bei allen Maschinen war nur darum möglich, weil schon vorher viele Male gewürfelt wurde, ohne daß alle Maschinen gleichzeitig eine Eins ergaben? Eine derartige Annahme müßte ebenso unbegründet erscheinen wie die früher diskutierte Annahme, daß die Resultate der Maschine Nr. 1 von der gleichzeitigen

Tätigkeit aller anderen Maschinen mitbestimmt seien. Wenn aber das gleichzeitige Auftreten der Eins bei allen Maschinen nicht davon abhängt, daß schon vorher andere Würfe mit anderen Resultaten getätigt wurden, dann muß man wohl folgern: Das gleichzeitige Auftreten einer Eins bei allen Maschinen ist auch dann nicht metaphysisch unmöglich, wenn jede Maschine überhaupt nur ein einziges Mal würfelt.

Es ergibt sich also: Man kann es weder als metaphysisch unmöglich bezeichnen, daß eine einzige Würfelmaschine beliebig oft hintereinander die gleiche Zahl ergibt, noch, daß viele Maschinen, die jeweils nur ein einziges Mal würfeln, die gleiche Zahl ergeben. Ebensowenig kann man es weiterhin als metaphysisch unmöglich bezeichnen, daß viele Maschinen, die jeweils viele Male würfeln, alle immer die gleiche Zahl ergeben; das folgt durch einfache Erweiterung der obigen Argumentation. Natürlich sind derartige Überlegungen für den, der mit der Wahrscheinlichkeitsrechnung vertraut ist, eine Selbstverständlichkeit. Aber es wird oft eingewandt, die Wahrscheinlichkeitsrechnung gehe rein quantitativ voran und verliere dabei die eigentlich philosophische Seite des Zufallsproblems aus den Augen; darum haben wir unsere Argumentation so aufgebaut, daß gegen ihre Schlüssigkeit wohl auch vom philosophischen Standpunkt aus kein Einwand erhoben werden kann.

Um trotz der beschriebenen Sachlage an der metaphysischen Notwendigkeit des Zufallsprinzips festzuhalten, könnte man bei jenem Begriff ansetzen, der neben dem der „Regelmäßigkeit" und des „Zufalls" im Zufallsprinzip auftritt, nämlich dem der *„besonderen Ursache"*. Man könnte etwa sagen: Wenn unter den angegebenen Bedingungen eine Würfelmaschine ununterbrochen dieselbe Zahl ergibt, so liegt dafür auch tatsächlich eine „besondere Ursache" vor. Denn wenn auch der Komplex der das Resultat bestimmenden Faktoren, insgesamt gesehen, von Fall zu Fall stärkstens variiert, so ist doch allen diesen verschiedenen Faktorenkonstellationen das eine gemeinsam, daß sie alle dieselbe Zahl als Endresultat ergeben, und dieser Zug, der allen Faktorenkonstellationen gemeinsam ist, ist eben jene „besondere Ursache", die durch das Zufallsprinzip gefordert wird.

Zu einer solchen Auffassung der „besonderen Ursache" wäre jedoch zu sagen: Was man unter einer „besonderen Ursache" verstehen will, mag im allgemeinen Sache der Definition sein; beim Zufallsprinzip muß aber der Begriff der „besonderen Ursache" jedenfalls so gefaßt werden, daß er das Gegenteil des „relativen Zufalls" darstellt („... nicht durch den Zufall, sondern durch eine besondere Ursache"). Wo also der Begriff des „relativen Zufalls" verwirklicht ist, kann nicht gleichzeitig und unter derselben Rücksicht der Begriff der „besonderen Ursache" verwirklicht sein. Nun haben wir aber gesehen, daß bei unseren Würfelmaschinen der Begriff des „relativen Zufalls" doch wohl als verwirklicht angesehen werden muß; daraus ergibt sich, daß bei den Würfelmaschinen keine „besondere Ursache" wirksam sein kann — in dem Sinn, wie dieser Begriff im Zufallsprinzip verstanden werden muß, *um die verallgemeinernde Induktion begründen zu können.* Wollte man den Begriff der „besonderen Ursache" inhaltlich so abschwächen, daß er auch noch bei den Würfelmaschinen realisiert sein könnte, dann ließe sich aus der Wirksamkeit einer *solchen* „besonderen Ursache" eben kein Schluß mehr auf die Ergebnisse der künftigen Würfe ziehen; eine verallgemeinernde Induktion wäre unmöglich.

Das Zufallsprinzip als Ausdruck einer (reduktiv metaphysischen) physischen Notwendigkeit?

Die im vorstehenden behandelten Schwierigkeiten könnten es angezeigt erscheinen lassen, das Zufallsprinzip als Ausdruck einer nicht metaphysischen, sondern lediglich physischen Notwendigkeit aufzufassen. Um dabei die apriorische Erkennbarkeit zu wahren — die ja unmittelbar nur für metaphysisch notwendige Wesenszusammenhänge gegeben sein kann —, könnte man etwa sagen: Es besteht ein metaphysisch notwendiger Wesenszusammenhang zwischen dem Begriffsinhalt „Regelmäßigkeit" und dem Begriffsinhalt „physische Notwendigkeit einer besonderen Ursache". Auf Grund dieses Wesenszusammenhangs kann a priori und mit absoluter Gewißheit eingesehen werden: Wo eine Regelmäßigkeit vorgefunden wird, da besteht die physische Notwendigkeit einer besonderen Ursache. Diese physische Notwendigkeit begründet ihrerseits die physische Gewißheit von der tatsächlichen Existenz einer besonderen Ursache. Eine lediglich physische Gewißheit läßt aber zu, daß es im Einzelfall zu einem Irrtum kommt; also ist Raum geschaffen für jene Ausnahmefälle, in denen vielleicht einmal durch Zufall eine Regelmäßigkeit zustande kommt.

Hier hängt nun alles davon ab, was unter einer „physischen Notwendigkeit" zu verstehen ist; denn da die physische Gewißheit dadurch definiert ist, daß bei ihr der Irrtum mit physischer Notwendigkeit ausgeschlossen ist, geht der Begriff der physischen Gewißheit auf den der physischen Notwendigkeit zurück. Als Definition der physischen Notwendigkeit kommt wohl nur eine der drei folgenden Definitionen in Frage:

1) „Physisch notwendig ist, was so in der Natur gewisser Dinge bzw. Sachverhalte begründet ist, daß es *nur durch ein wunderbares Eingreifen Gottes* verhindert werden kann."

2) „Physisch notwendig ist, was so in der Natur der Dinge begründet ist, daß es *wenigstens im Allgemeinen* ist bzw. geschieht."

3) „Physisch notwendig ist, was so in der Natur der Dinge begründet ist, daß es sein bzw. geschehen *müßte*" — ohne daß sich aus der so verstandenen physischen Notwendigkeit irgend etwas darüber ergäbe, ob das physisch Notwendige wenigstens im Allgemeinen tatsächlich verwirklicht ist bzw. wird.[4]

Diskutieren wir die einzelnen Definitionen in ihrer Anwendung auf unser Problem.

Bei der ersten Definition ist die einzige Bedingung, von der die tatsächliche Verwirklichung des physisch Notwendigen abhängt, das Ausbleiben eines wunderbaren Eingreifens Gottes. Auf unseren Fall angewandt, würde das bedeuten: Wenn Gott nicht in wunderbarer Weise eingreift, ist das Auftreten einer zufallsbedingten Regelmäßigkeit unmöglich, und zwar (reduktiv) metaphysisch unmöglich, da ja der Zusammenhang zwischen den Begriffsinhalten „Regelmäßigkeit" und „physische Notwendigkeit einer besonderen Ursache" (d. h. also: Ausschluß des bloßen relativen Zufalls) ein metaphysischer Wesenszusammenhang sein soll. Nun hat aber unser Würfelmaschinenbeispiel gezeigt, daß man auch beim Ausbleiben eines wunderbaren Eingreifens Gottes das Auftreten einer zufallsbedingten Regelmäßigkeit nicht als metaphysisch unmöglich bezeichnen kann — denn wir hatten überall das normale, naturgemäße Funktionieren der Maschinen usw. vorausgesetzt. Infolgedessen kann die erste Definition der physischen Notwendigkeit auf unseren Fall nicht angewandt werden.

Betrachten wir nun zunächst die dritte der vorgeschlagenen Definitionen und sehen wir zu, ob wir mit dem dort definierten Sachverhalt das begründen können, was man in der Erkenntnistheorie als „physische Gewißheit" bezeichnet.

Die physische Gewißheit wird dadurch definiert, daß bei ihr ein Irrtum mit physischer Notwendigkeit ausgeschlossen ist. Interpretieren wir hier die „physische Notwendigkeit" im Sinn der dritten Definition, so bedeutet dies: Eine physische Gewißheit liegt dann vor, wenn solche Sachverhalte gegeben sind, daß ein Irrtum zwar ausgeschlossen sein müßte, ohne daß sich jedoch daraus irgend etwas ergäbe

[4] Man könnte daran denken, als eine weitere Definitionsmöglichkeit der physischen Notwendigkeit vorzuschlagen: „Physisch notwendig ist, was so in der Natur der Dinge begründet ist, daß es *wahrscheinlich* ist bzw. geschieht." Dann fragt sich aber, ob der Terminus „wahrscheinlich" im mathematischen oder im philosophischen Sinn zu verstehen ist. Wenn im mathematischen Sinn, dann gilt, was weiter unten über die Wahrscheinlichkeitsrechnung im Zusammenhang unserer Problematik ausgeführt wird. Wenn im philosophischen Sinn, dann könnte durch eine so verstandene physische Notwendigkeit keine physische Gewißheit, sondern eben nur eine Wahrscheinlichkeit begründet werden.

für die Frage, ob der Irrtum auch tatsächlich wenigstens im allgemeinen vermieden wird oder nicht.

Es fragt sich also, ob man in einem solchen Fall noch von einer „Gewißheit" sprechen kann, auch wenn es nur eine physische Gewißheit sein soll. Uns scheint, nein. Denn die menschliche Erkenntnis zielt als Seins- und Wirklichkeitserkenntnis letztlich nicht auf das, was sein müßte, sondern auf das, was tatsächlich ist; dementsprechend liegt Gewißheit doch wohl nur dort vor, wo nicht nur feststeht, daß ein Irrtum eigentlich ausgeschlossen sein müßte, sondern darüber hinaus auch, daß es unter den gegebenen Umständen wenigstens im allgemeinen tatsächlich nicht zu einem Irrtum kommt. D. h. also: Zur Begründung einer physischen Gewißheit genügt nicht eine physische Notwendigkeit im Sinn der dritten, sondern nur eine physische Notwendigkeit im Sinn der zweiten Definition.

Wenden wir die zweite Definition der physischen Notwendigkeit auf das Zufallsproblem an, so besagt die Auffassung des Zufallsprinzips als einer — reduktiv-metaphysischen — physischen Notwendigkeit: Wo eine Regelmäßigkeit vorgefunden wird, da gibt es kraft metaphysischer, a priori einsichtiger Wesensnotwendigkeit wenigstens im allgemeinen eine besondere Ursache für die vorgefundene Regelmäßigkeit. Es fragt sich, was der Ausdruck „im allgemeinen" genauer bedeuten soll.

Die schwächste überhaupt mögliche Interpretation von „im allgemeinen" würde lauten: „in wenigstens zwei Dritteln aller jemals vorkommenden und vorgekommenen Fälle". Angewandt auf das Zufallsprinzip würde dies bedeuten: Es ist metaphysisch notwendig, daß wenigstens zwei Drittel aller Fälle von Regelmäßigkeit, die es in der gesamten Welt gibt und gegeben hat, auf besondere Ursachen zurückgehen. Man sieht sofort, daß man damit die verallgemeinernde Induktion nicht begründen kann. Bei dieser ganz abgeschwächten Interpretation würde ja das Zufallsprinzip überhaupt nichts darüber aussagen, ob nicht vielleicht gerade jene Fälle von Regelmäßigkeit, auf die der urteilende Beobachter seine verallgemeinernde Induktion begründen will, *alle* auf einen Zufall zurückgehen. Denn diese dem Beobachter bekannten Fälle von Regelmäßigkeit stellen nur einen verschwindend kleinen Bruchteil aller Fälle von Regelmäßigkeit dar, die es insgesamt in der Welt gegeben hat und geben wird; auch wenn alle dem Beobachter bekannten Fälle von Regelmäßigkeit auf den Zufall zurückgingen, könnte es also trotzdem wahr bleiben, daß mehr als zwei Drittel aller *überhaupt* jemals auftretenden Fälle von Regelmäßigkeit auf besondere Ursachen zurückgehen. Das gilt auch noch, wenn wir nicht nur die einem einzelnen Beobachter bekannten Fälle von Regelmäßigkeit betrachten, sondern alle Fälle von Regelmäßigkeit, die jemals von Menschen beobachtet wurden und werden.

Auch diese stellen nur einen verschwindend kleinen Bruchteil aus der ungeheuren Zahl jener Fälle von Regelmäßigkeit dar, die überhaupt in der Welt auftreten, könnten also gemäß der abgeschwächten Interpretation des Zufallsprinzips alle insgesamt auf den Zufall zurückgehen.

Um die verallgemeinernde Induktion begründen zu können, müssen wir vielmehr den Ausdruck „im allgemeinen" so interpretieren, daß das Zufallsprinzip besagt: Wenn ein beliebiger Beobachter eine hinreichend große Anzahl von Regelmäßigkeiten beobachtet, dann müssen wenigstens zwei Drittel *dieser beobachteten* Regelmäßigkeiten mit metaphysischer Notwendigkeit auf besondere Ursachen zurückgehen. Wie hoch die „hinreichend große Anzahl" gewählt werden muß, kann dabei gleichgültig sein; entscheidend ist nur, daß es eine *endlich* große Anzahl ist — denn das Induktionsverfahren soll sich ja schon bewähren bei den Induktionsschlüssen, die etwa im Verlauf eines Jahres auf der ganzen Erde getätigt werden, und die Zahl der dabei ins Spiel kommenden beobachteten Regelmäßigkeiten ist zwar groß, aber nur endlich.

Dies ist die Interpretation von „im allgemeinen", die jedenfalls notwendig ist, wenn die verallgemeinernde Induktion vermittels des Zufallsprinzips begründet werden soll. (Ob diese Interpretation auch tatsächlich hinreichend ist, braucht in unserem Zusammenhang nicht weiter untersucht zu werden.) Man erkennt aber leicht, daß eine solche Interpretation des Zufallsprinzips nicht haltbar ist. Denn wir hatten ja oben gesehen: Wenn N Würfelmaschinen existieren und alle diese Maschinen je r-mal würfeln, dann kann man es nicht als metaphysisch unmöglich bezeichnen, daß alle N Maschinen alle r Male die gleiche Zahl ergeben, wie groß man auch N und r wählen mag. Denkt man sich nun zu diesen Maschinen einen Beobachter hinzu, der die Resultate registriert, dann stellt dieser Beobachter N Fälle von Regelmäßigkeit fest (jede einzelne Maschine kann insofern als ein besonderer Fall von Regelmäßigkeit aufgefaßt werden, als sie r-mal hintereinander die gleiche Zahl ergibt), und diese N Fälle von Regelmäßigkeit gehen sämtlich nicht auf eine besondere Ursache zurück. Etwas Derartiges kann nach dem, was wir früher gesehen haben, nicht als metaphysisch unmöglich bezeichnet werden, so groß man auch N wählen mag. Nach dem Zufallsprinzip müßte es aber metaphysisch unmöglich sein, auch wenn man das Zufallsprinzip nur als Ausdruck einer physischen Notwendigkeit auffaßt — die allerdings so verstanden werden müßte, daß sie die Grundlage für eine physische Gewißheit bieten kann, und die außerdem a priori einsichtig, also reduktiv-metaphysischer Natur zu sein hätte.

Gegen unsere vorstehende Argumentation könnte man vielleicht den folgenden Einwand erheben: Die Argumentation geht aus von einer Definition der physischen Notwendigkeit, gemäß welcher der Satz „Das physisch Notwendige ist im allgemeinen tatsächlich verwirklicht“ eine definitorische Tautologie ist. Tatsächlich aber — so könnte man einwenden — sei dieser Satz ein synthetisches Urteil, d. h. der Begriffsinhalt des Prädikats sei in dem des Subjektbegriffs noch nicht „formaliter“ enthalten. Wenn man dies in gebührender Weise berücksichtige, könne man der Folgerung unserer Argumentation entgehen.

Dieser Einwand scheint irgendwie den wesentlichen Punkt zu berühren. Aber zunächst sei die Frage gestellt: Wenn der Satz „Das physisch Notwendige ist im allgemeinen tatsächlich verwirklicht“ ein synthetisches Urteil im angegebenen Sinn darstellt — wie kann dann diese Synthese begründet werden? Nicht aus der Erfahrung; denn ein solches allgemeines Urteil könnte eben nur durch verallgemeinernde Induktion aus den Erfahrungsgegebenheiten gewonnen werden. Also bleibt wohl nur die Begründung durch metaphysischen Wesensvergleich. Ein metaphysischer Wesensvergleich würde aber auf einen metaphysisch notwendigen Wesenszusammenhang zwischen den Begriffsinhalten „physisch notwendig“ und „im allgemeinen tatsächlich verwirklicht“ führen, und das ergäbe, wie man leicht sieht, für unser Zufallsproblem genau dieselben Folgerungen wie die definitionsmäßige Hineinnahme des „im allgemeinen tatsächlich verwirklicht“ in den Begriff des physisch Notwendigen. Infolgedessen wird, wie uns scheint, unsere Argumentation durch diesen Einwand nicht entscheidend getroffen.

Gibt es aber nicht doch noch eine andere Möglichkeit, ein synthetisches Urteil a priori zu begründen? Eine Begründungsweise, die nicht auf einem metaphysischen, sondern auf einem „physischen“ Wesenszusammenhang beruhte? Gemäß der scholastischen Theorie der synthetisch-apriorischen Erkenntnis höchstens dann, wenn man den „physischen Wesenszusammenhang“ im Sinn der ersten der oben angeführten Definitionen der physischen Notwendigkeit versteht (Verhinderung nur durch ein wunderbares göttliches Eingreifen); das wäre aber, wie schon dargelegt, im Zusammenhang unserer Problematik nicht annehmbar. Dennoch will es scheinen, als ob die Lösung des Zufallsproblems irgendwie an dieser Stelle ansetzen müßte.

Rückgriff auf die Wahrscheinlichkeitsrechnung?

Es sei noch kurz gezeigt, daß auch die Heranziehung der Wahrscheinlichkeitsrechnung in unserem Fall nicht weiterführt[5]. Ein sol-

[5] Die folgende Darstellung kann natürlich nur sehr summarisch sein. Für einen vollständigen und eingehenden Nachweis, daß eine Begründung der verallgemeinernden Induktion mittels der Wahrscheinlichkeitsrechnung nicht möglich ist, sei verwiesen auf G. H. von Wright, The logical problem of induction, Oxford ²1957, 138—175.

cher Aufweis erscheint insofern nicht überflüssig, als bekanntlich in der Wahrscheinlichkeitsrechnung ein sogenanntes „Gesetz der großen Zahlen“ bewiesen, d. h. mathematisch abgeleitet wird; man könnte also vermuten, daß hier das Fundament der verallgemeinernden Induktion zu suchen sei.

Bei genauerem Zusehen erweist sich diese Hoffnung jedoch als trügerisch. Was die Wahrscheinlichkeitsrechnung mathematisch ableitet, ist, wieder am Beispiel des Würfels verdeutlicht, folgendes: Es wird vorausgesetzt, daß für den einzelnen Wurf die „Wahrscheinlichkeit“ einer jeden Zahl von eins bis sechs den Wert 1/6 hat. Unter dieser Voraussetzung wird gezeigt: Wenn nicht nur einmal, sondern n-mal gewürfelt wird, dann hat die „Wahrscheinlichkeit“ dafür, daß alle n Male eine Eins auftritt, den Wert $1/6^n$ und die „Wahrscheinlichkeit“ dafür, daß in der ganzen Reihe von n Würfen alle Zahlen von eins bis sechs angenähert gleich oft auftreten, nähert sich um so mehr dem Wert 1, je größer n ist. („angenähert“ bedeutet hierbei: Die Abweichungen von der Gleichverteilung sollen unter einem bestimmten vorgegebenen Prozentsatz liegen).

Diese mathematische Ableitung des „Gesetzes der großen Zahlen“ trägt jedoch zur Lösung des Induktionsproblems nichts Wesentliches bei. Das ergibt sich, wenn man nach der Bedeutung des Ausdrucks „Wahrscheinlichkeit“ im Zusammenhang der Wahrscheinlichkeitsrechnung fragt. Für den eigentlichen mathematischen Aufbau der Wahrscheinlichkeitsrechnung sind im wesentlichen nur die folgenden drei formalen Eigenschaften des Wahrscheinlichkeitsbegriffs entscheidend:

1) Die Wahrscheinlichkeit wird gemessen durch eine Zahl, die zwischen 0 und 1 liegt.

2) Haben mehrere sich gegenseitig ausschließende Ereignisse E_1, E_2, E_3 ... einzeln die Wahrscheinlichkeiten w_1, w_2, w_3 ..., so ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß *irgendeines* dieser Ereignisse eintritt, gleich der Summe der Einzelwahrscheinlichkeiten.

3) Haben mehrere miteinander verträgliche und voneinander unabhängige Ereignisse einzeln die Wahrscheinlichkeiten w_1, w_2, w_3 ..., so ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß *alle* diese Ereignisse zusammen eintreten, gleich dem Produkt der Einzelwahrscheinlichkeiten.

Auf der Grundlage dieses oder eines gleichwertigen formalen Axiomensystems [6] lassen sich alle Entwicklungen der Wahrscheinlichkeitsrechnung als einer mathematischen Disziplin ableiten, ohne daß es erforderlich ist, nach der inhaltlichen Bedeutung des Begriffs der Wahrscheinlichkeit zu fragen. Wenn man aber die verallgemeinernde

[6] Ein vollständiges Axiomensystem der angegebenen Art siehe z. B. von Wright a.a.O. 93 ff.

Induktion vermittels der Wahrscheinlichkeitsrechnung begründen will, ist natürlich gerade die inhaltliche Deutung des Wahrscheinlichkeitsbegriffes entscheidend. Hier kommen vor allem drei Auffassungen in Frage [7]:

1) Die Auffassung der Wahrscheinlichkeit als eines Maßes des Grades der *subjektiven Überzeugtheit.* Diese Auffassung kommt in unserem Zusammenhang höchstens mittelbar in Betracht, da es uns nicht um die subjektive Überzeugtheit als solche geht, sondern um die objektiven Sachverhalte, die ihr zugrunde liegen und sie rechtfertigen.

2) Die Auffassung der Wahrscheinlichkeit als eines Grenzwertes der *relativen Häufigkeit,* etwa im Sinn der Theorie von *v. Mises.* Interpretieren wir das mathematische „Gesetz der großen Zahlen" gemäß dieser Auffassung, so lautet es:

Es wird (neben anderem) vorausgesetzt, daß beim oftmaligen Würfeln die Zahl der Einer, der Zweier, . . . der Sechser mit um so größerer Genauigkeit 1/6 der Gesamtzahl der Würfe ausmacht, je größer die Gesamtzahl der Würfe ist. Unter dieser Voraussetzung wird mathematisch abgeleitet: Faßt man die Würfe zu Wurfreihen zusammen, so treten in den meisten dieser Wurfreihen alle Zahlen von eins bis sechs angenähert gleich oft auf; dagegen treten nur ganz selten Wurfreihen auf, in denen stets die gleiche Zahl gewürfelt wird.

Man erkennt sofort, daß eine solche Auffassung der Wahrscheinlichkeitsrechnung nichts Wesentliches zur Begründung der verallgemeinernden Induktion beitragen kann. Denn die Voraussetzung, von der die Ableitung des „Gesetzes der großen Zahlen" ausgeht, kann ja selber als allgemeiner Satz (der nicht nur für die bereits beobachteten, sondern auch für die zukünftigen Fälle gelten soll) nur entweder durch Induktion oder durch apriorische Wesenseinsicht begründet werden. Eine induktive Begründung kommt nicht in Frage, da ja das Induktionsverfahren selbst erst gerechtfertigt werden soll. Die Begründung durch apriorische Wesenseinsicht müßte etwa so erfolgen, daß man schließt: Ein häufigeres Auftreten einer bestimmten Zahl würde eine Regelmäßigkeit darstellen, welche nach dem Zufallsprinzip eine besondere Ursache forderte, die nicht vorhanden ist; also werden alle Zahlen angenähert gleich auftreten. Wir werden also auf das Zufallsprinzip zurückverwiesen und treffen damit wieder auf die gleichen Schwierigkeiten, die wir schon früher erörtert haben.

3) Die „klassische" Auffassung der Wahrscheinlichkeit definiert mit Bernoulli und Laplace die Wahrscheinlichkeit als das *Verhältnis*

[7] Für eine genauere Orientierung siehe etwa P. P. Gillis: Sur la notion de probabilité: Théorie des Probabilités. Exposés sur ses Fondements et ses Applications, Louvain/Paris 1952.

der „günstigen“ zu den „(gleich)möglichen“ Fällen. Das mathematische „Gesetz der großen Zahlen“ besagt bei dieser Auffassung: Vorausgesetzt wird, daß jede Zahl des Würfels eine von sechs verschiedenen gleichwertigen Möglichkeiten darstellt. Unter dieser Voraussetzung wird abgeleitet: Will man aus den Würfen Wurfreihen bilden, so gibt es nur ganz wenige Möglichkeiten, Wurfreihen zu bilden, welche immer die gleiche Zahl aufweisen; die überwältigende Mehrzahl der möglichen Wurfreihen ist vielmehr so beschaffen, daß alle Zahlen in ihnen annähernd gleich oft vertreten sind.

Diese Auffassung könnte nur dann etwas Wesentliches zur Begründung der verallgemeinernden Induktion beitragen, wenn etwas bekannt wäre über das Verhältnis der möglichen zu den wirklichen Ereignissen — denn die Naturwissenschaft, die sich der Induktion als ihrer Methode bedient, will ja eine Wirklichkeitswissenschaft und keine Möglichkeitswissenschaft sein. Der Übergang von den möglichen zu den wirklichen Ereignissen läßt sich aber wieder nur vermittels des Zufallsprinzips rechtfertigen, in dem man schließt: Eine dauernde Bevorzugung eines der gleichmöglichen Fälle vor den anderen würde eine Regelmäßigkeit darstellen, für die keine besondere Ursache vorhanden ist usw. Läßt man das Zufallsprinzip weg, so liegt zwar kein positiver Grund vor, anzunehmen, daß eine Möglichkeit öfter als die andere realisiert würde; aber es liegt ebenfalls kein positiver Grund vor, anzunehmen, daß alle Möglichkeiten angenähert gleich oft verwirklicht werden. (Die Gleichwertigkeit der verschiedenen Möglichkeiten stellt *bei Absehung vom Zufallsprinzip* keinen positiven Grund dar, eine gleich häufige Verwirklichung zu vermuten. Denn diese Gleichwertigkeit aller Möglichkeiten besagt nur, daß kein besonderer Grund für die Bevorzugung einer bestimmten Möglichkeit vorliegt. Wenn man von dem Zufallsprinzip absieht, könnte aber die Bevorzugung einer bestimmten Möglichkeit nicht nur gelegentlich, sondern auch durchgängig erfolgen, ohne daß dafür ein besonderer Grund vorzuliegen brauchte. Es ist also bei Absehung vom Zufallsprinzip keinerlei Anlaß gegeben, aus der Gleichwertigkeit aller Möglichkeiten auf ihre gleich häufige Realisierung zu schließen.) Es kann darum auch bei dieser Betrachtungsweise die Wahrscheinlichkeitsrechnung nicht dazu dienen, das Zufallsprinzip zu ersetzen oder gar abzuleiten. —

Ähnliches wie von der Wahrscheinlichkeitsrechnung gilt von der sog. *Ergodentheorie* der statistischen Physik. Sie befaßt sich mit dem folgenden physikalischen Problem: Wenn wir etwa ein in einen Behälter eingeschlossenes Gas betrachten, so wissen wir, daß dieses äußerlich scheinbar unverändert bleibende Gas in Wirklichkeit seinen „Mikrozustand“, so wie er durch die genaue Lage, Geschwindigkeit usw. jeder einzelnen Molekel charakterisiert ist, dauernd verändert.

Ein und derselbe „Makrozustand“, so wie er durch die makroskopisch beobachtbaren Größen Druck, Temperatur, Volumen, Masse usw. charakterisiert ist, kann ja durch sehr viele voneinander verschiedene Mikrozustände realisiert werden. Die Ergodentheorie versucht nun, mit den Mitteln der theoretischen Physik nachzuweisen, daß alle diese verschiedenen Mikrozustände, die zu demselben Makrozustand gehören, im Lauf der Zeit annähernd gleich oft angenommen werden[8]. Es wird also hier mathematisch-physikalisch abgeleitet, daß der „Zufall“, so wie er bei den Zusammenstößen der Gasmolekeln miteinander wirksam ist, nicht zur Bevorzugung einer bestimmten Möglichkeit vor vielen anderen gleichwertigen Möglichkeiten (d. h. eines Mikrozustandes vor den anderen Mikrozuständen) führen kann.

Für die erkenntnistheoretische Begründung des Induktionsverfahrens können diese Untersuchungen der Ergodentheorie jedoch nicht herangezogen werden. Sie setzen ja immer schon die Kenntnis der grundsätzlichen physikalischen Gesetzlichkeiten voraus, welche für die Veränderungen des Mikrozustandes gelten, also die Kenntnis der Gesetze der klassischen bzw. Quantenmechanik, und außerdem müssen noch gewisse zusätzliche Voraussetzungen gemacht werden, durch die sich „ergodische“ Systeme von „nicht ergodischen“ Systemen unterscheiden. Die Kenntnis der grundlegenden Gesetzlichkeiten bzw. das Zutreffen der Zusatzannahmen kann aber nur aus der Erfahrung abgeleitet werden, setzt also schon die Geltung des induktiven Schlußverfahrens voraus. Die Bedeutung der Ergodentheorie muß man vielmehr vom Philosophischen aus wohl darin sehen, daß sie für den Bereich der Makrokörper die innere Widerspruchsfreiheit des Zufallsprinzips bzw. seiner Anwendung nachweist: Nachdem unter Voraussetzung des Zufallsprinzips durch Induktion die Gesetze der klassischen bzw. Quantenmechanik gewonnen sind, bemüht sich die Ergodentheorie, zu zeigen, daß diese Gesetze ihrerseits dem Zufallsprinzip nicht widersprechen, sondern in der Anwendung auf entsprechende Kollektive (Makrokörper) wieder zum Zufallsprinzip zurückführen[9]. —

---

[8] Daraus folgt dann die Gleichheit des „Zeitmittels“ und des „Scharmittels“ der statistischen Mechanik.

[9] Gewissermaßen eine „Ergodentheorie ohne Mathematik“ stellt der Versuch Th. Erismanns dar, die Begründung der Wahrscheinlichkeitsrechnung und des Induktionsverfahrens auf gewisse letzte, allgemeinste Sätze über Ordnung und Unordnung zu stützen: Studium Generale 4 (1951) 88—109; ZPhForsch 12 (1958) 321—350. Diese Sätze können aber bei genauerem Zusehen wohl nur als Erfahrungssätze aufgefaßt und daher selbst nur durch Induktion gerechtfertigt werden — natürlich nicht durch eigentlich „wissenschaftliche“ Induktion, sondern durch jene „vorwissenschaftliche“ induktive Verallgemeinerung, durch die es überhaupt nur möglich ist, von den Einzelfällen der Erfahrung zu einem allgemeinen Urteil überzugehen.

Wir haben im vorstehenden jene Problematik des Induktionsschlusses erörtert, die mit der Begründung des Zufallsprinzips zusammenhängt. Weitere Schwierigkeiten ergeben sich daraus, daß bei der Induktion nach der Wahrscheinlichkeit von *Ursachen* gefragt wird, daß also jene Fragestellung vorliegt, welche oft als das „Umkehrproblem" der Wahrscheinlichkeitsrechnung bezeichnet wird *(Formel von Bayes)* und bei der die „a priori-Wahrscheinlichkeiten" der in Frage kommenden Ursachen eine entscheidende Rolle spielen. Besonders zugespitzt erscheint die hier einschlägige Problematik in der Anwendung auf den Satz von der Zunahme der Entropie, wenn man vermittels der Methoden, mit denen die statistische Physik diesen Satz begründet, auf die Größe der Entropie in den früheren Zuständen des Kosmos schließen will. Geht man hier ganz konsequent voran, so käme man eigentlich zu dem Ergebnis, daß die Entropie in den früheren Zuständen des Kosmos mit überwältigender Wahrscheinlichkeit *größer* war als im heutigen Zustand — ein Schluß, der gewiß im Widerspruch zur Wirklichkeit steht, in dem sich aber eine erkenntnistheoretische Problematik verbirgt, die wohl genauere Betrachtung erheischte. Darüber soll an anderer Stelle berichtet werden.

Abschließend darf vielleicht nochmals auf das eigentliche Anliegen der vorstehenden Ausführungen hingewiesen werden. Die erste Anregung dazu empfing der Verf., als er versuchte, Naturwissenschaftlern an Hand des Induktionsproblems die Bedeutung philosophischer Wesenseinsicht auch und gerade für den naturwissenschaftlichen Bereich nahezubringen, und als sich dabei die im vorstehenden dargelegten Schwierigkeiten erhoben. Geschrieben wurden diese Zeilen einmal, um vor unliebsamen „Überraschungen" bei ähnlichen Diskussionen zu warnen; denn angesichts der ausführlichen Diskussion über die Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung, die seit einigen Jahrzehnten in Gang ist, liegen Einwände von der behandelten Art für den Mathematiker geradezu auf der Hand, während von der Philosophie herkommende Denker, die den innermathematischen Diskussionen naturgemäß fernerstehen, davon manchmal etwas überrascht sind. Vor allem aber sollte versucht werden, eine Diskussion anzuregen, die den Begriff der physischen Notwendigkeit und damit der physischen Gewißheit noch genauer als bisher untersuchte; denn diese beiden Begriffe dürften wohl, wie schon angedeutet, den Ansatzpunkt bilden, um die Lösung des Induktionsproblems in den Griff zu bekommen.